

## Lucrări de matematică apărute la Sibiu în jurul anului 1800

Martin Bottesch

### Abstract

In this article we present two papers regarding mathematical aspects that were published in 1797 and 1805 by professors from the Protestant secondary school of Sibiu. Also we present a book of operations that was published in Sibiu in 1778.

**2000 Mathematical Subject Classification:** 01A05

## 1 Matematica - temă de dezbatere în gimnaziul<sup>1</sup> sibian în jurul anului 1800

În biblioteca Muzeului “Brukenthal” din Sibiu se găsesc următoarele două articole:

---

<sup>1</sup>Termenul de “gimnaziu” corespunde, pentru acea vreme, celui actual de “liceu”

1. *Methodvs inveniendi sinvs arcvvm n plicium, n numerum seu integrum seu fractum significante. Edita a Ioanne Binder, Gymnasii Cibiniensis Aug. Conf. Professore. Cibinii, Typis Martini Hochmeister. MDCCXCVII.*

(Metodă pentru aflarea sinusului arcului  $n$ -multiplu,  $n$  însemnând număr întreg sau fracționar. Editat de Johannes Binder, profesor la Gimnaziul de confesiune augustană<sup>2</sup> din Sibiu. Tipografia Martin Hochmeister din Sibiu, 1797)

2. *Historiae algebrae et calculi infinitesimalis ad Leibnitii usque tempora Delineatio quam pro loco inter professores gymn. Cibir. avg. conf. solemniter obtinendo die XXII maii horis a X ad XII in auditorio collegii mai. publice defendet Valentinvs Wonner. Cibinii Typis Mart. Hochmeisteri. MDCCCV.*

(O schiță a istoriei algebrei și a calculului infinitesimal până la timpurile lui Leibniz, pe care, pentru a-și afirma în mod solemn locul printre profesorii gimnaziului sibian de confesiune augustană, în data de 22 mai de la orele 10 la 12, în auditoriul colegiului superior o va susține public Valentin Wonner. Sibiu. Tipografia Martin Hochmeister. 1805)

Despre contextul în care au fost scrise și publicate aceste articole ne lămurește prefața lucrării lui Binder.

Scrisă anonim, probabil de rector, prefața arată că în cadrul gimnaziului “a existat din vechime obiceiul dezbaterilor anuale”, însă lucrările susținute public în vremea dinainte nu au fost publicate. Hotărârea de a

---

<sup>2</sup>În privința credinței, sașii erau, în majoritatea lor, evanghelici de confesiune augustană (Augusta fiind denumirea latină a orașului german Augsburg)

le tipări are scopul de “a evita manifestările de mânie sau calomnie”. Se dorește ca lucrările să nu se adreseze, “ca în vremurile mai apropiate, doar adolescenților, nici destul de instruiți în cunoașterea lucrurilor, nici destul de experimentați în folosirea normelor [de gândire]”, ci ele să constituie mai degrabă un prilej “de dezbateră serioasă a oamenilor învățați într-o prea nobilă exersare a spiritului”.

Susțin lucrări cei care aspiră la funcția de profesor în învățământul public, dar, pentru ca nici ceilalți “să nu se plângă că au fost frustrați de ocazia, de mare cinste, de a arăta concetățenilor rodul preocupărilor lor”, dreptul la dezbateră publică se acordă tuturor profesorilor gimnaziului.

Începutul îl face, în 1797, “onorabilul domn Johannes Binder, profesor de poezie și limba greacă [...], a cărui erudită disertație pe probleme de matematică, precum și tezele supuse dezbaterii, constituie subiect de discuție pentru cei care vor dori să coboare în arenă.” Pentru dezbateri se stabilește o singură regulă: “În expunerea argumentelor să nu folosească nimeni cuvinte întortocheate în locul exprimării elegante pe care o recomandă logicienii.”

Și lucrarea lui Valenin Wonner, apărută în 1805, a făcut subiectul unei astfel de dezbateri publice.

Ambele lucrări sunt menționate în cartea lui George Șt. Antonie, *Istoria matematicii în România*.<sup>3</sup> Cea a lui Binder este analizată și într-un articol din *Gazeta Matematică*, anul 1940, scris de Victor Marian.<sup>4</sup>

---

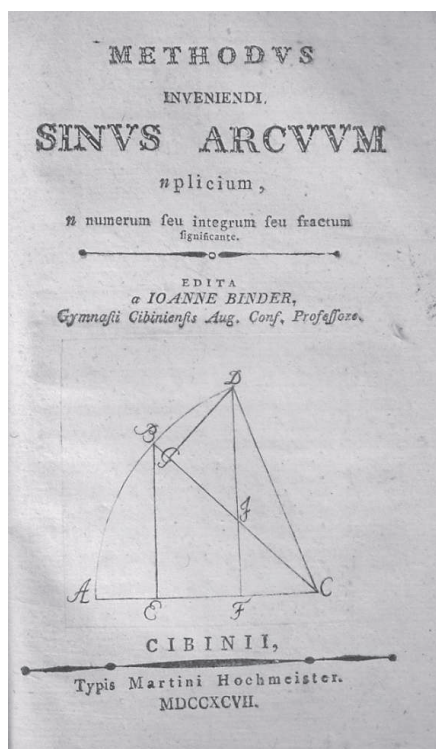
<sup>3</sup>George Șt. Antonie, *Istoria matematicii în România*, vol.1, Ed. Științifică, 1965, pag.93 resp.94

<sup>4</sup>Victor Marian, *Disertația lui Johann Binder*. În: *Gazeta Matematică*, anul XLV, nr.11, iunie 1940, p.561-564

De aici aflăm că Johannes Binder s-a născut la Beia (jud. Brașov), a învățat la școlile din Sighișoara, Odorheiu Secuiesc și Sibiu, mergând apoi pentru studii la Göttingen, unde l-a avut ca profesor pe Abraham Gotthelf Kästner, profesorul lui Gauss. Întorcându-se în Ardeal, este numit în 1793 profesor de “poezie și limbă greacă” la gimnaziul evanghelic din Sibiu unde predă și matematică, devenind în 1799 *conrector* (= director adjunct), iar în 1804 *rector* (= director).

Afară de “disertația” cu titlul de mai sus, nu se cunosc alte lucrări matematice ale lui Binder, el murind timpuriu, la vârsta de 38 de ani.

După aprecierea lui Marian, broșura lui Binder (de doar 16 pagini) ocupă printre scrierile matematice vechi din Ardeal un loc aparte, fiind “prima carte de matematici, care nu e propriu zis un manual didactic, apoi se înșiră printre puținele cărți de acest fel tipărite în Ardeal de către sași” (op. cit., p. 561). O recenzie a broșurii apare, chiar în anul publicării 1797, la Göttingen<sup>5</sup>, alta în 1801 la Sibiu<sup>6</sup>



<sup>5</sup>*Göttinger Anzeigen von gelehrten Sachen* 1797. 198. Stück. (Conf. *Siebenbürgische Quartalschrift*, Sibiu 1801, p.73)

<sup>6</sup>Recenzia se găsește în: *Siebenbürgische Quartalschrift*. Siebenter Jahrgang. Hermannstadt 1801, p.72-74

## 2 Conținutul lucrărilor lui Johannes Binder și Valentin Wonner

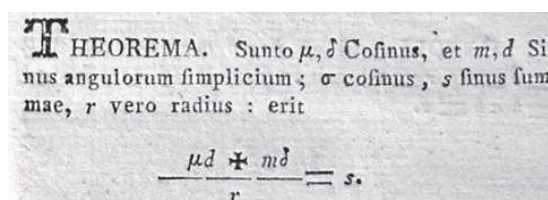
În lucrarea sa, Binder demonstrează mai întâi formulele pentru sinusul și cosinusul sumei a două unghiuri:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

Astfel arată la J. Binder formula

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$

( $r$  este raza cercului trigonometric)



Autorul aplică formulele găsite pentru a exprima  $\sin n\alpha$  și  $\cos n\alpha$  în funcție de  $\sin \alpha$  și  $\cos \alpha$ , unde  $n$  este întreg. Calculând pe rând  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$ ,  $\sin 3\alpha$ ,  $\cos 3\alpha$  etc., găsește

$$\sin 6\alpha = 6 \sin \alpha \cos^5 \alpha - 20 \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha + 6 \sin^5 \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 6\alpha = \cos^6 \alpha - 15 \cos^4 \alpha \sin^2 \alpha + 15 \cos^2 \alpha \sin^4 \alpha - \sin^6 \alpha$$

Constată, că în toate expresiile găsite apar coeficienții binomiali, de exemplu, în formulele pentru  $\sin 6x$  și  $\cos 6x$  apar coeficienții din dezvoltarea

$$(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Autorul demonstrează apoi prin inducție matematică că observația făcută este valabilă pentru orice  $n$  natural ( $n \geq 2$ ), obținând formulele:

$$\begin{aligned} \cos n\alpha &= \cos^n \alpha - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cos^{n-2} \alpha \sin^2 \alpha + \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cos^{n-4} \alpha \sin^4 \alpha + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin n\alpha &= n \cos^{n-1} \alpha \sin \alpha - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cos^{n-3} \alpha \sin^3 \alpha + \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cos^{n-5} \alpha \sin^5 \alpha - + \dots \end{aligned}$$

Pentru a extinde formulele găsite la cazul când  $n$  este fracționar, Binder dezvoltă  $(1+x)^n$  în serie infinită (fără a menționa condiția  $|x| < 1$ , necesară pentru convergență) și, punând  $x = b/a$ , găsește o dezvoltare pentru  $(a+b)^n$ , cu  $n$  fracționar. Pornind de aici, deduce, prin analogie cu cele dinainte, dar fără demonstrație, formulele  $\sin n\alpha$  și  $\cos n\alpha$  pentru  $n$  fracționar. Astfel obține:

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{u} \alpha &= \frac{1}{u} \cos^{\frac{1}{u}-1} \alpha \sin \alpha - \frac{1(1-u)(1-2u)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot u^3} \cos^{\frac{1}{u}-3} \alpha \sin^3 \alpha + \\ &+ \frac{1(1-u)(1-2u)(1-3u)(1-4u)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot u^5} \cos^{\frac{1}{u}-5} \alpha \sin^5 \alpha - + \dots, \end{aligned}$$

unde  $u$  este un număr rațional pozitiv, și o formulă asemănătoare pentru  $\cos \frac{1}{u} \alpha$ .

Aplică rezultatul găsit pentru a calcula  $\sin 1^\circ$ , pornind de la valorile cunoscute  $\sin 30^\circ = 0,5$  și  $\cos 30^\circ = \sqrt{0,75}$ , considerând în formula pentru  $\sin \frac{1}{u} \alpha$  pe  $\alpha$  ca fiind  $30^\circ$  și  $u = 30$ . În calcul folosește primii patru termeni ai seriei, pe care îi calculează cu 8 zecimale exacte.

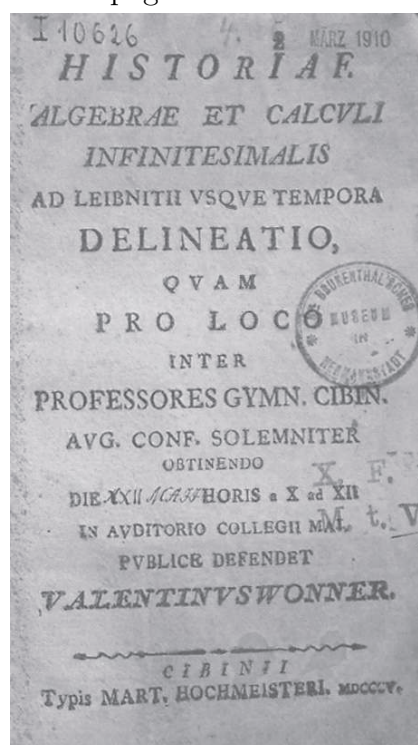
În final arată că prin metoda expusă se pot calcula sinusul și cosinusul și pentru alte unghiuri. De exemplu, pentru a calcula  $\sin(3^\circ 6' 9'')$ , pornind de la  $\sin 30^\circ$ , afirmă că ar trebui ales  $u = \frac{3.723}{36.000}$ . (Corect ar fi:  $u = \frac{36.000}{3.723}$ )<sup>7</sup> În cadrul lucrării, Binder face referire la două cărți ale profesorului său G. Kästner, una de geometrie și una de calcul infinitesimal. Recenzia lucrării

<sup>7</sup>Conform recenziei din *Siebenbürgische Quartalschrift* (p.73), Binder a corectat manual, la un număr mare de exemplare, această greșeală de tipar și alte câteva asemenea greșeli.

din 1801 arată că autorul “a dorit să dea o aplicație scurtă și generală a teoremei a doua de trigonometrie a lui Kästner”<sup>8</sup>

Lucrarea lui Valentin Wonner nu este una mică de două coli, cum scrie George Șt. Andonie<sup>9</sup>, ci o expunere amplă de 32 de pagini.

În introducere, autorul mărturisește că a avut intenția să scrie o carte despre istoria matematicii, “pasiunea pentru care nici un moment din viața mea nu s-a îndepărtat [...] Mi-am îndreptat așadar atenția asupra istoriei matematicii, care a constituit pentru mine, în primul rând, un motiv de încântare, atât pentru faptul că este agreabilă prin ea însăși și oferă cu distincție învățăminte despre ce anume pot realiza oamenii cu ajutorul rațiunii și a talentului [...]”. Neavând însă “la îndemână o bibliotecă dotată cu toate cărțile, în special cu cele mai recente, potrivit scopului meu, am renunțat la



planul propus și am pus capăt lucrării, după cum se vede, o dată cu perioada iluștrilor matematicieni Newton și Leibniz.”

Despre algebră Wonner scrie că “nici nu este de conceput o mai completă perfecționare a inteligenței decât ușurința de a scoate la lumină, numai din câteva date, altele necunoscute. Știința aceasta, total necunoscută în antichitatea îndepărtată, cuprinde într-un singur semn atâtea adevăruri, câte, potrivit procedeelelor comune, abia ar încăpea să fie redată și demonstrate în

<sup>8</sup>*Siebenbürgische Quartalschrift*, Siebenter Jahrgang, Hermannstadt 1801, p.72.

<sup>9</sup>Op. citată, pag. 94

volumे întregi.”

Lucrarea începe cu istoria algebrei. După ce se ocupă de originea cuvântului “algebră”, arătând că provine din arabă (*Al-gjabr*), autorul relevă principalele momente în dezvoltarea algebrei, începând cu Diophantos din Alexandria. Un spațiu mai amplu îl acordă rezolvării ecuației de gradul al III-lea de către matematicieni italieni (dând formula lui Cardano și un exemplu pentru a ilustra utilizarea ei).

În a doua parte a lucrării, Wonner arată care au fost începuturile calculului cu litere și prezintă ca un rezultat deosebit, formula binomială a lui Newton. Începuturile calculului infinitesimal sunt prezentate amănunțit, insistându-se asupra ideilor și abordărilor lui Newton și Leibniz. Autorul nu ocolește nici disputele despre întâietate duse între discipolii celor doi. Dintre matematicienii care au dezvoltat calculul infinitesimal în continuare sunt numiți, printre alții, L’Hôpital, Mercator, I. Bernoulli, L. Euler și Laplace (scris: *la Place*).

### 3 Tezele prezentate cu ocazia lucrărilor susținute public

Cu ocazia susținerii publice a lucrărilor, autorii propuneau spre dezbateră diferite teze. Acestea nu erau legate, în general, de lucrarea prezentată, ci conțineau afirmații, în general filozofice, probabil controversate la vremea respectivă. Așa cum rezultă din prefața lucrării lui Johannes Binder, cele expuse erau considerate ca fiind o provocare către auditoriu, care era invitat să participe la o dezbateră, să argumenteze pro sau contra. Dintre tezele care urmează celor două lucrări (cea a lui Binder conține 9 teze, cea a lui Wonner 8), o parte se referă la cunoașterea umană și la acțiunile bazate pe



aceasta:

- “Dorința de a lua hotărâri după bunul plac, fără o matură înălțare a gândirii, este în mod necesar urmarea unei lacune în cunoaștere și în instruire.” (Binder, teza 1)

- “Buna judecată este adeseori indusă în eroare de naivitate.” (Binder, teza 9)

- “Cel care a abdicat la actul de cunoaștere critică a scrierilor și a timpurilor cărora li s-au consacrat de orice fel, fie și sacre, fie nu va pătrunde semnificația lor reală, fie o va face din pură întâmplare.” (Binder, teza 2)

- “Categoria [de clasificare] a tuturor entităților poate fi cunoscută.” (Wonner, teza 7)

Condiția omului în relație cu ceilalți oameni sau cu Dumnezeu, constituie și ea un subiect de gândire:

- “Omul numai în mijlocul oamenilor este om.” (Wonner, teza 6)

- “Nici un om nu a dobândit vreodată virtutea absolută.” (Wonner, teza 3)

- “Nici unui om nu-i lipsește conștiința de sine.” (Wonner, teza 5)

Se pare că spațiul vid a fost un subiect disputat la vremea respectivă, căci citim: - “O pompă pneumatică, chiar dacă este perfectă, nu realizează un vacuum perfect.” (Binder, teza 4)

- “Spațiul vid nu poate exista.” (Wonner, teza 8)

Dintre cei doi autori, doar Binder face referire și la matematică:

- “A  $n$ -a parte a unui triunghi cu baza  $AC$  și laturile  $AB$  și  $BC$  se obține printr-o linie  $GH$  paralelă cu baza, dacă  $GB = AB \sqrt{n-1}$  sau dacă  $GH = AC \sqrt{n-1}$ .” (Binder, teza 5)

În sfârșit, să remarcăm că Binder pune în discuție chiar utilitatea disputelor publice:

- “Disputele sunt bune să inducă în eroare până și oamenii învățați”

(Binder, teza 7). Sau, citându-l pe Cicero (De Oratore, II, 4):

- *“Dintre toate aberațiile, care sunt fără limită, nu știu să existe una mai mare decât aceea pe care o practică de obicei aceia (grecii și alții), anume de a face debateri în orice loc vor ei și față de orice fel de oameni cu privire la chestiuni ori foarte complicate ori inutile.”* (Binder, teza 8)

Aceste teze, ca și altele disputate public la gimnaziul evanghelic în acei ani, aruncă o lumină asupra universului de gândire al intelectualității sibiene într-o vreme când interesul pentru politic trebuie să fi fost predominant, Europa fiind preocupată de acțiunile militare ale lui Napoleon Bonaparte.

## 4 O carte de socotit

Tot în biblioteca Muzeului ”Brukenthal” se găsește o mică carte (de dimensiuni 6 cm x 12 cm) cu titlul:

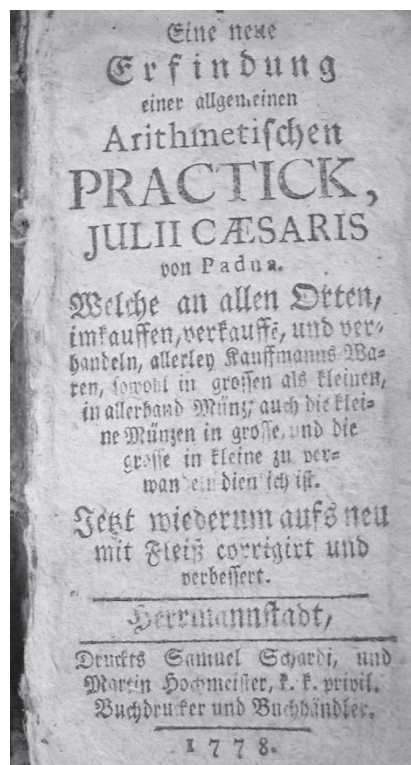
- **Eine neue Erfindung einer allgemeinen Arithmetischen PRACTICK, JULII CAESARIS von Padua.**

Welche an allen Orten, im kauffen, verkauffe(n), und verhandeln, allerley Kauffmanns Waren, sowohl in grossen als kleinen, in allerhand Münz; auch die kleine Münzen in grosse und die grosse in kleine zu verwandeln dienlich ist. Jetzt wiederum aufs neu mit Fleiß corrigirt und verbessert. Hermannstadt, Druckts Samuel Schardi, und Martin Hochmeister, k.k. privil. Buchdrucker und Buchhändler. 1778.

(O nouă descoperire a unei practici aritmetice generale ale lui Iuliu Cezar din Padova. Care este utilă oriunde la cumpărarea, vânzarea, negocierea mărfurilor negustorești, atât în cantități mari cât și mici, în felurite monede; și la transformarea monedelor mici în mari și a celor mari în mici. Acum din nou corectată și îmbunătățită cu hărnicie.

Sibiu. Tipărită de Samuel Schardi și Martin Hochmeister, tipografi și negustori de cărți, cu licență regalo-împăratească. 1778.)

Este vorba, în esență, de o tablă de înmulțire. Ea este precedată de explicații de utilizare în limba germană, iar la sfârșitul cărții se găsesc explicații, aproape identice, în limba maghiară. Se arată, pe cazuri concrete, cum poate fi folosită cartea pentru efectuarea înmulțirilor și împărțirilor. Un exemplu explică cum trebuie împărțit profitul unei societăți comerciale la cei trei deținători, ținându-se seama de mărimea capitalului cu care a contribuit fiecare la întemeierea societății. Ne punem întrebarea dacă numele adevărat al autorului este cel scris pe copertă. Pe urmă, chiar dacă a existat un model italian al cărții, ediția de la Sibiu este un produs transilvan, nu doar prin locul tipăririi, ci și prin natura exemplilor de utilizare, întrucât acestea conțin monede și unități de măsură specifice locului (de ex. *florinul* pentru monede, *fierdelea* pentru grâu). Putem admite deci că acele corecturi și îmbunătățiri, despre care pagina de titlu spune că au fost făcute “cu hărnicie”, s-au efectuat la Sibiu. Cuvântul înainte se termină cu o poezie:



Ohn Rechnens-Art durch wahre Zahl,  
 Bewehrt ist da in manchem Fall,  
 Ein Mensch dem Zahl verborgen ist,  
 Leichtlich der verführt wird mit List.

Dieß nimm zu Herzen, bitt ich sehr,  
Ein ieder sein Kind rechnen lehr,  
Wie sichs gegen Gott und Welt verhalt,  
So werden wir mit Ehren alt.

În traducere liberă:

Fără calcul adevărat,  
de mult s-a constatat,  
cui numerele-i rămân ascunse,  
înșelat ajunge.

Ia aminte, prin urmare,  
să-și învețe fiecare,  
copilul, cum să socotească,  
ca onorabil să-mbătrânească.

Str. Măsarilor, nr. 2

Sibiu

E-mail: *[martinbottesch@yahoo.com](mailto:martinbottesch@yahoo.com)*