Educaţia Matematică Vol. 1, Nr. 1 (2005), 34–56

Miron Nicolescu (1903 - 1975)
- profesorul nostru -

Dumitru Acu

> " De la toţi am învăţat. Mă surprind uneori vorbind olimpian ca Pompeiu, apăsat ca Ţiţeica, senin şi simplu ca David Emanuel. Căci noi nu suntem numai fiii părinţilor noştri, ci şi fiii profesorilor noştri."
>
> **Miron Nicolescu**

Abstract

This paper contains a short presentation of Miron Nicolescu′s life and activity.

2000 Mathematical Subject Classification: 01A60

Pentru început suntem datori cu o explicaţie a subtitlului. Miron Nicolescu nu a fost direct profesorul nostru şi poate nici al vostru, ci profesorul profesorilor voştri şi profesorul profesorilor profesorilor voştri. A fost (şi va mai fi încă) indirect profesorul multor generaţii prin tratatul său de Analiză Matematică în trei volume (1957 - 1960) şi manualele sale de Analiză Matematică. Nu credem să existe vreun matematician român care în pregătirea sa în domeniul Analizei Matematice să nu fi apelat la tratatul lui Miron Nicolescu. Prin modul original de prezentare, prin îmbinarea armonioasă între aspectele de anliză clasică şi cele de analiză funcţională, tratatul de Analiză Matematică a lui Miron Nicolescu ocupă un loc aparte în literatura naţională şi mondială de specialitate. Pentru un cititor avid de Analiză matematică tratatul constituie un mijloc puternic de iniţiere în munca de cercetare ([4], [5], [6]).

1 Viaţa

S-a născut la 27 august 1903, acum 102 de ani, în oraşul Giurgiu. A urmat clasele primare în localitatea natală, unde tatăl său, Vasile, era învăţător.

Se povesteşte ([5]) că fiind elev în clasa a 3-a primară, învăţătorul i-a dictat, odată, o problemă la tablă, dar acesta nu terminase enunţul problemei şi elevul Miron Nicolescu o rezolvase deja. De la această întâmplare, până la sfârşitul celor patru clase primare, învăţătorul îl apela cu "*micul inginer*". Nu va deveni inginer, ci un mare profesor şi un renumit savant.

Mutându-se tatăl la Bucureşti Miron Nicolescu devine elev la liceul Matei Basarab. Aici, la îndemnul profesorului său de matematică, s-a abonat la Gazeta Matematică. Mai târziu, în 1966, va scrie: "*Primul contact cu această revistă nu a fost uşor, mi se părea că nu voi înţelege niciodată nimic. Gheaţa s-a spart când am văzut că pot rezolva şi eu o problemă din cele propuse de alţii. A urmat apoi un moment pe care nu-l voi uita niciodată: momentul în care mi-am văzut o notă matematică, tipărită în revistă (1910, n.n.). A urmat apoi un articol, apoi alte articole. Drumul fusese* *trasat. De la început am ştiut că nu voi putea urca mai sus în cercetarea adevărurilor matematice decât muncind necontenit*" ([5], p.402).

Munca de rezolvitor la Gazeta Matematică îi va fi răsplătită în 1921, când este premiat la Concursul acestei reviste. Comisia de concurs este formată din: I. Ionescu, Gh. Ţiţeica, T. Bar, N. Abramescu, V. Cristescu, S. Mirea şi Tr. Lalescu.

După absolvirea liceului se înscrie la Facultatea de Ştiinţe a Universităţii din Bucureşti, specializarea Matematică. În 1924 îşi trece licenţa în matematici. Pleacă imediat la Paris pentru a face doctoratul în matematici. În 1926 devine licenţiat în Ştiinţe la Sorbona, iar la 5 mai 1928 îşi susţine, la aceaşi instituţie, teza de doctorat cu titlul "*Fonctions complexes dans le plan et dans l'espace / Funcţii complexe în plan şi spaţiu*". Tema tezei de doctorat a fost aleasă sub influenţa cursului predat de Emil Picard, funcţii analitice de două varianbile. Comisia de susţinere a fost formată din Paul Montel - preşedinte şi Henri Villat cu Jean Chasy ca membrii. Între anii 1925 şi 1928 a urmat Şcoala Normală Superioară din Paris.

Încă înainte de întoarcere în ţară, la 1 aprilie 1928, la propunerea lui Simion Stoilow, tânărul matematician este numit conferenţiar suplinitor de matematici generale la Universitatea din Cernăuţi. Începând cu 1 iulie 1929, lucrează ca docent de Analiză Matematică la aceeaşi universitate. La 3 aprilie 1932 este numit conferenţiar definitiv, iar la 1 august 1933 este numit profesor titular la catedra de geometrie analitică şi superioară. La 1 octombrie 1940, în urma pensionării profesorului Anton Davidoglu, este numit profesor titular la catedra de calcul diferenţial şi integral de la Facultatea de Ştiinţe a Unversităţii din Bucureşti.

După reforma învăţământului din 1948 lucrează ca profesor de Analiză Matematică la aceeaşi catedră, iar din 1964 ca şef la Catedra de Analiză Matematică de la aceeaşi universitate bucureşteană. Pe lângă Analiza

Matematică a predat şi alte cursuri, ca de exemplu: un curs de funcţii reale sau un curs de teoria potenţialului.

În perioada 1946 - 1948 a lucrat în Ministerul Învăţământului Public, deţinând funcţiile de secretar general şi de subsecretar de stat.

În 1936 este ales membru corespondent al Academiei de Ştiinţe din România, fiind reconfirmat în 1948 în Academia Republicii Populare Române. În 1953 devine membru titular al înaltului for ştiinţific, iar în 1963 Prezidiul Academiei îl numeşte director al Institutului de Matematică al Academiei, post rămas vacant din 1961, în urma decesului academicianului Simion Stoilow. Menţionăm că, în conformitate cu decretul nr.139 / 30 aprilie 1974, ultimele institute ale Academiei, printre care şi cel de Matematică, sunt trecute începând cu 1 iulie, în subordinea Ministerului Educaţiei şi Învăţământului ([10]).

În 1966, Miron Nicolescu este ales preşedinte al Academiei Republicii Socialiste România, deţinând această funcţie onorantă până la moartea sa, la 30 iunie 1975.

Pentru a face o prezentare completă a vieţii matematicianului Miron Nicolescu vom aminti că el a fost membru al Partidului Comunist Român şi al Comitetului său Central, a fost laureat al Premiului de Stat, a primit titlul de "Om de ştiinţă emerit" (1969), a fost decorat cu Ordinul Muncii clasa I şi a fost onorat cu titlul de "Erou al Muncii Socialiste". Din 1965 a fost secretar general şi membru al Comisiei naţionale pentru UNESCO şi membru al Consiliului Naţional pentru Cercetare Ştiinţifică.

A reprezentat matematica românească la mai multe congrese internaţionale ale matematicienilor, prezentând comunicări sau conferinţe. La Congresul Internaţional al Matematicienilor de la Vancouver (Canada), a fost ales în funcţia de vicepreşedinte al Uniunii Internaţionale a Matematicienilor ([5]). Miron Nicolescu a participat la multe conferinţe şi simpozioane internaţionale, reprezentând fie Academia, fie matematica românească, printre care amintim: Moscova (1956), Paris (1957, 1964), Praga (1961), Pisa, Roma şi Bologna (1964), Tbilisi (1962).

2 Activitatea ştiinţifică. Opera.

Toţi specialiştii apreciază opera matematică a academicianului Miron Nicolescu ca impresionantă prin unitatea, profunzimea şi eleganţa ei ([**?**]). Domeniul său de cercetare preferat a fost Analiza Matematică - în special teoria funcţiilor reale. Noţiunile de **funcţie poliarmonică**, generalizare naturală a func;tiilor armonice, şi de **funcţie policalorică** sunt creaţiile sale principale.

Debutul în activitatea ştiinţifică şi l-a făcut, ca aproape orice matematician român, în Gazeta Matematică. Astfel în Gazeta Matematică, anul XXV (1919-1920), p. 241-245, publică articolul "*Teoreme din geometria analitică*", în care studiază potenţialele unui triunghi. Va continua să publice articole, note şi probleme în acestă minunată revistă românească de matematică şi după ce a devenit un metematician recunoscut pe plan internaţional. Iată una din problemele publicate în Gazeta Matematică: "*Să se găsească numerele A şi B întregi ştiind că produsul lor este de k ori (k întreg) mai mare decât suma lor. Caz particular* $k = 2$" (Gazeta Matematică, vol.XXXIX, 1933).

Pentru rezolvare plecăm de la relaţia care rezultă din enunţ: AB= k(A+B). Se observă că ecuaţia admite soluţia banală $A = B = 0$. Considerăm în continuare că $A \neq 0$, $B \neq 0$. Putem scrie

$$B = \frac{kA}{A-k} = k + \frac{k^2}{A-k}.$$

Fie d unul din divizorii lui k^2. Atunci trebuie să avem

$$A = k + d \ \text{ şi } \ B = k + \frac{k^2}{d}.$$

Pentru $k = 2$ avem $d \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}$ şi rezultă soluţiile:

$A = B = 0$; $A = 3, B = 6$; $A = 1, B = -2$;

$A = 4, B = 4$; $A = 6, B = 3$; $A = -2, B = 1$.

În întreaga sa viaţă, Miron Nicolescu a fost alături de Gazeta Matematică şi problemele ei. A participat la manifestările prilejuite de semicentenarul revistei, a făcut parte din diferite comisii de lucru sau de concurs, a fost iniţiatorul unui premiu de trigonometrie în amintirea lui V. Cristescu.

Pentru a putea descrie mai uşor activitatea ştiinţifică a matematicianului Miron Nicolescu, vom grupa opera pe patru mari subdomenii ([1], [5], [9]).

2.1 Ecuaţii cu derivate parţiale şi analiză relativă la ele.

2.1.1 Generalizarea noţiunii de funcţii armonice conjugate.

Această chestiune constituie atât subiectul primei lucrări ştiinţifice publicată în străinătate (*Sur les functions de bipoint et les functions aréolairement conjuguèes*, C.R. Acad. Sc. Paris, t.185, 8 august 1927, p. 442) cât şi subiectul tezei de doctorat (*Fonctions complexes dans le plan et dans l'espace*, Paris, 5 mai 1928, 89p.).

În aceste lucrări el introduce sistemul

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial x_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1} = \dfrac{\partial u_3}{\partial x_4} + \dfrac{\partial u_4}{\partial x_3} \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1} - \dfrac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\dfrac{\partial u_3}{\partial x_3} + \dfrac{\partial u_4}{\partial x_4} \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial x_4} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_3} = -\dfrac{\partial u_3}{\partial x_2} - \dfrac{\partial u_4}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial x_3} - \dfrac{\partial u_2}{\partial x_4} = \dfrac{\partial u_3}{\partial x_1} - \dfrac{\partial u_4}{\partial x_2}, \end{cases}$$

pe care trebuie să - l satisfacă o transformare $\{\{u_1, u_2\}, \{u_3, u_4\}\}$ a lui $\mathbb{R}^4 = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, care să conserve maximul posibil din proprietăţile unei transformări conforme în $\mathbb{R}^2$. La acest sistem ajunge extinzând noţiunea de funcţii armonice conjugate din plan la spaţiul cu patru dimensiuni. El arată că pentru aceasta trebuie să fie abandonată fie noţiunea de derivată obişnuită, fie cea de funcţii de punct. Păstrând derivata şi utilizând noţiunea de bipunct a lui Casserat, Nicolescu defineşte bipunctul opus unui bipunct dat, precum şi funcţiile de bipunct conjugate. Acestea îl conduc la funcţiile analitice de două variabile.

Utilizând funcţiile areolar conjugate ale lui Pompeiu, Miron Nicolescu stabileşte legătura dintre aceste funcţii şi funcţiile armonice cu patru variabile.

O serie de alte lucrări se situează pe aceaşi linie de idei. În "*Sur le fonctions conjuguèes*" (Mathematica, t III, 134-142, Cluj, 1929), Nicolescu generalizează în plan noţiunea de funcţii conjugate în sensul lui Cauchy.

Memoriul "*Sur le fonctions conjuguèes sur une surface, au sens de Beltrami*" (Acad. Royale de Belgique, 5-ème serie, t.XVI, 1930, 1012 - 1016), citat de cunoscutul matematician italian Vito Volterra, Miron Nicolescu îl dedică unei interpretări geometrice originale a ecuaţiilor lui Beltrami, obţinută dacă se generalizează pe o suprafaţă oarecare noţiunea de funcţii conjugate în sensul lui Cauchy - Volterra.

În mai multe memorii, Miron Nicolescu s-a ocupat de ecuaţii diferenţiale liniare sau cu derivate parţiale. El a definit integrarea orientată a unor ecuaţii diferenţiale liniare sau cu derivate parţiale (1929, 1931), şi a stabilit analogii între ecuaţiile diferenţiale liniare cu coeficienţi oarecare şi ecuaţiile algebrice, introducând, de exemplu, noţiunea de integrală multiplă, corespunzătoare noţiunii de rădăcină multiplă. A dat o condiţie necesară şi suficientă ca o ecuaţie diferenţială liniară să aibă o integrală multiplă (1929, 1932).

2.1.2 Studiul funcţiilor poliarmonice

Fără să greşim, putem considera că domeniul de vârf al cercetării matematice a academicianului Miron Nicolescu a fost teoria funcţiilor armonice şi poliarmonice. Peste 35 de lucrări şi memorii sunt dedicate acestei tematici. Contribuţia sa la acestă temă a intrat în cadrul mondial al progreselor matematicii vremurilor moderne.

Funcţiile poliarmonice de ordinul p, $p \geq 1$ număr întreg (terminologie introdusă de Miron Nicolescu şi astăzi unanim acceptată) sunt soluţiile (integralele) ecuaţiei cu derivate parţiale $\Delta^p u = 0$, unde $\Delta^p = \Delta(\Delta^{p-1})$ iar Δ este laplacianul.

În anii 1931 şi 1932 ("*Extensions du théorème de Gauss aux fonctions harmoniques d'ordre p*",C.R. Acad. Sci. Paris, t.191, 1930, p.515; "*Sur les fonctions de n variables harmoniques d'ordre p*", Bull. de la Soc. Math. de France, Paris, t.60, 1932, 129-151), Miron Nicolescu a obţinut un prim rezultat însemnat, apreciat elogios de renumiţii matematicieni francezi J. Hadamard şi P. Montel.

Fie D un domeniu în $\mathbb{R}^n$, $n = 1, 2, \ldots$, şi fie $S_r(x)$ sfera de centru x şi rază r. Pentru $x \in D$, fie $r_x = \sup\{r | S_r(x) \subset D\}$. Fie $x \mapsto U(x)$ o funcţie sumabilă pe D şi fie $\mu_0(u; x, r)$ media periferică a acestei funcţii pe $F_r(S_r(x))$, unde $r < r_x$ şi fie $\mu_s(u; x, r)$ un şir de medii definit prin relaţia de recurenţă

$$\mu_s(u;x,r)=\frac{n}{\gamma^n}\int\limits_0^r \rho^{n-1}\mu_{s-1}(u;x,\rho)d\rho,\quad s=1,2,...$$

Miron Nicolescu obţine rezultatul fundamental: *condiţia necesară şi suficientă ca $u(x)$ să fie poliarmonică de ordinul p în D, $p=1,2,...$, este că pentru orice $x\in D$ şi $r\subset r_x$ să aibă loc egalitatea*

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \dfrac{n}{n+2} & \dots & \dfrac{n}{n+2p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{p-1} & \dots & \left(\dfrac{n}{n+2p-2}\right)^{p-1} \end{vmatrix} u(x) =$$

$$= \begin{vmatrix} \mu_0(u;x,1) & 1 & \dots & 1 \\ \mu_1(u;x,1) & \dfrac{n}{n+2} & \dots & \dfrac{n}{n+2p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{p-1}(u;x,1) & \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{p-1} & \dots & \left(\dfrac{n}{n+2p-2}\right)^{p-1} \end{vmatrix}.$$

Utilizând acest rezultat, Miron Nicolescu a reuşit să extindă proprietăţile funcţiilor armonice la funcţiile poliarmonice. Astfel arată că:

(1) *o funcţie poliarmonică mărginită în întreg spaţiul este o constantă;*

(2) *spaţiul funcţiilor poliarmonice de ordin $\leq p$ este complet în raport cu convergenţa uniformă;*

(3) *derivatele parţiale ale unei funcţii poliarmonice de ordin p sunt mărginite în interiorul domeniilor de definiţie, de marginea funcţiei sau o constantă.*

(4) *dacă o serie de funcţii poliarmonice de ordinul $\leq p$ converge, împreună cu cele $p-1$ serii obţinute aplicând laplacienii iteraţi seriei iniţiale, uniform pe frontiera (presupusă regulată) a domeniului D, atunci ea converge uniform în interiorul lui D.*

Folosind produsul de convoluţie ("*Fonctions de Green d'ordre* 1^s" Bul. Fac. de Ştiinţe, Cernăuţi, vol. V, fas. 2, 1932, 206-211; "*Sur le probl'eme de Riquier*", C.R. Acad. Sci., Paris, t.194, 1932, p.682), introdus de Volterra, Miron Nicolescu, în 1932 a extins noţiunea de funcţie Green G corespunzătoare ecuaţiei $\Delta u = 0$ la funcţiile poliarmonice. El a arătat că funcţia Green G_p corespunzătoare ecuaţiei $\Delta^p u = 0$ este dată de $\underbrace{G \star G \star ... \star G}_{\text{de } n \text{ ori}}$.

O consecinţă importantă a acestui rezultat este propoziţia: *o funcţie analitică u reală pe D (regulat) este complet determinată de valorile pe care le iau toţi laplacienii* $\Delta^p u$ *pe* $F_r D$.

În 1931 ("*Sur les fonctions harmoniques et sous - harmoniques d'ordre p*", C.R. Acad. Sci., Paris, t 193, 1931, p 1152) el introduce noţiunea de funcţie subarmonică de ordinul p, pentru care se extinde în 1932 o cunoscută teoremă a lui M. Fr. Riesz ("Êxtension d'un théorème de M. F. Riesz aux fonctions sous - harmonique d'ordre p", C.R. Acad. Sci., Paris, t.194, 1932, p 1211).

În 1934 ("*Sur une propriété caracteristique des fonctions harmoniques d'ordre p et sur l'existence des laplaciens de divers ordres*", Bull. Fac. de Ştiinţe Cernăuţi, vol VII, 1934, 233-243), Miron Nicolescu extinde condiţia necesară şi suficientă de poliarmonicitate mai sus pomenită şi pe baza acestui fapt introduce laplacianul generalizat de ordin p. Se spune că $u(x)$ posedă un laplacian generalizat de ordin p dacă

$$\Delta^p u(x) = \frac{(-1)^p}{c_{n,p}} \lim_{r \to 0} \frac{\nabla^p(u;r)}{r^{2p}}$$

unde $c_{n,p}$ este un număr depinzând de n şi de p, iar

$$\nabla^p(u,r) = u(x) - \frac{V\left(\mu(u,x,r), \dfrac{n}{n+2}, ..., \dfrac{n}{n+2p-2}\right)}{V\left(1, \dfrac{n}{n+2}, ..., \dfrac{n}{n+2p-2}\right)},$$

V fiind determinantul Vandermonde.

Menţionăm că laplacianul generalizat (derivată generalizată) va fi mult utilizat după cel de al doilea război mondial.

Plecând de la necesitatea rezolvării anumitor probleme de frontieră, cât şi de la rezultatele matematicienilor Harnack şi Almansi, Miron Nicolescu reuşeşte să rezolve efectiv problemele la limită naturale pentru ecuaţia biarmonică în cazul domeniilor sferice (1935, 1936). Punându-şi problema extinderii noţiunii de funcţie armonică pozitivă la funcţii poliarmonice, el a fost condus la noţiunea de **subarmonicitate completă** (1935): $u \geq 0$, $\Delta u \leq 0$, $\Delta^2 u \geq 0, ..., \Delta^p u = 0$. Folosind această noţiune el obţine rezultatul fundamental: *funcţiile poliarmonice de ordinul p, complet subarmonice într-un domeniu mărginit, formează o familie normală în acest domeniu (egal marginirea pe frontiera domeniului atrage egal mărginirea şi în interiorul domeniului).*

Consecinţă importantă: *dacă o serie de funcţii poliarmonice de ordinul $\leq p$, complet subarmonice în D, converge într-un punct al lui D, atunci el converge uniform în interiorul lui D.* Utilizând rezultatele obţinute, Miron Nicolescu fundamentează riguros în 1936 calculele cu privire la potenţialul newtonian de ordin $\leq p$, cât şi formula lui Poisson generalizată.

Ca o consecinţă a răsunetului internaţional al lucrărilor lui Miron Nicolescu relative la funcţiile poliarmonice, P. Montel îl invită să scrie o monografie în cunoscuta serie "*Actualitées Scientifiques et industrielles*" de la Editura Hermann din Paris. Ea apare în 1936 cu titlul "*Les fonctions polyharmoniques*" (54 p).

În 1940, plecând de la un rezultat al lui Mauro Picone relativ la funcţiile armonice de ordinul 2, el obţine următoarea dezvoltare a funcţiilor poliarmonice de ordinul p în jurul unui punct singular x_0: *dacă n este impar sau* *dacă n este par şi $p < \frac{n}{2}$, atunci*

$$u(x) = \sum_{k=0}^{p-1} \rho^{2k} u_k(x),$$

unde $\rho = dis(x, x_0)$, iar u_k sunt armonice exceptând poate punctul x_0; dacă n este par şi $p \geq \frac{n}{2}$, atunci

$$u(x) = \sum_{k=0}^{p-1} \rho^{2k} u_k(x) + \log \rho \cdot \sum_{k=0}^{p-\frac{n}{2}} \rho^{2k} U_{p=\frac{n}{2}+k^{(x)}},$$

unde U sunt polinoame armonice de grad egal cu indicele corespunzător.

Această dezvoltare, numită ulterior formula Picone - Nicolescu, a constituit punct de plecare în multe cercetări moderne.

În 1953, Miron Nicolescu a definit **funcţiile poliarmonice aproape periodice într-o bandă** ("*Funcţii poliarmonice aproape periodice*", Bul. Ştiin. Acad. R.P.R., secţia Mat. Fiz., t.V, nr. 2, 1953, 273 - 283) extinzând proprietăţiile funcţiilor poliarmonice la noile funcţii introduse. De exemplu, arată că: *(1) orice funcţie poliarmonică aproape periodică într-o bandă mărginită este mărginită în aceeaşi bandă şi uniform continuă în orice bandă interioară, (2) derivatele parţiale sunt aproape periodice în orice bandă interioară.*

În alte lucrări, Miron Nicolescu aprofundează şi dezvoltă rezultatele expuse mai sus: studiază problema Dirichlet pentru funcţiile poliarmonice, caracterizează integral subarmonicitatea de ordinul p, extinde noţiunea de medie la clasa funcţiilor subarmonice într-o bandă etc.

2.1.3 Studiul funcţiilor policalorice

Acest domeniu important de cercetare a fost atacat de Miron Nicolescu în 1932 printr-o comunicare prezentată la Congresul internaţional al matematicienilor de la Zürich (Elveţia, 4 - 11 septembrie) (*Extension du théorème* *de Liouville - Picard a l'equation de Fourier*) şi reluat cu succes în 1937 (*Sur l'equation de la chaleur*, Commentarii mathematici helvetici, vol. 10, 1937, 3-17).

Mulţi matematicieni, începând cu Fourier, au elaborat studii cu privire la ecuaţia căldurii

$$\Delta u - \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Primul rezultat, devenit azi clasic, obţinut de Miron Nicolescu este: *fie u o soluţie a ecuaţiei căldurii în semiplanul $t < t_0$; dacă $u(x,t)/\rho_\alpha$ (unde ρ este distanţa lui (x,t) la dreapta $t = t_0$, iar $\alpha > 0$ o constantă) este mărginită pentru $t \leq t_0 - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ arbitrar), atunci $u(x,t)$ este un polinom în t de grad* $[\alpha]$.

În lucrarea din 1937, utilizând o anumită reprezentare a funcţiei calorice, el obţine o puternică teoremă de unicitate pentru problema lui Cauchy relativă la ecuaţia căldurii, pentru funcţiile cu creştere exponenţială $\leq e^{kx^2}$, rezultat obţinut independent şi de A.N. Tihonov, care-l publicase într-o revistă mai puţin cunoscută. Datorită acestei situaţii la început acest rezultat primise numele de **teorema lui Nicolescu - Tihonov**. Ulterior anumite reviste şi tratate au înlocuit, în mod injust, această denumire prin aceea de "teorema lui Tihonov", făcând uitată, treptat, dubla paternitate a acestei teoreme ([6], p.12). A fost nevoie de o revenire a lui Miron Nicolescu, în anii 1965 - 1966, cu un ciclu de articole publicate în "Rendiconti dell Accademia Nazionale dei Lincei", prin care să arate că toate rezultatele obţinute de alţi autori relative la teorema în discuţie se obţin din formula de reprezentare dată de el în 1937. Mai mult această formulă permite o îmbunătăţire a rezultatelor acestor autori.

Această întâmplare este comentată de Ciprian Foiaş în 1974, astfel: "*reintegrarea reprezentării Nicolescu a funcţiilor calorice în circuitul matematicii mondiale obligă matematica românească la un efort susţinut pentru* *utilizarea ulterioară a acestui fapt matematic adânc, a cărui înţelegere va mai cere timp şi linişte*" ([6], p. 12 - 13).

În studiile relative la ecuaţiile cu derivate parţiale, Miron Nicolescu a folosit notaţiile azi acceptate de matematicienii lumii:

$$\frown = \Delta - \frac{\partial}{\partial t}, \quad \smile = \Delta + \frac{\partial}{\partial t},$$

iar soluţia ecuaţiei iterate a căldurii

$$\frown^{p} u = \left(\Delta - \frac{\partial}{\partial t}\right)^{(p)} u = 0$$

se numeşte **funcţie policalorică** de ordinul p

Rezultatele principale obţinute de Miron Nicolescu relativ la funcţiile poliarmonice şi policalorice de ordinul p sunt prezentate sintetic în conferinţa pe care a ţinut-o la Budapesta, la Institutul de Matematică al Academiei de Ştiinţe din Ungaria, la 24 ianuarie 1955, cu titlul: "*Structura soluţiilor ecuaţiilor cu derivate parţiale de tip eliptic sau de tip parabolic*". Aici el defineşte noţiunile: analiticitatea unei funcţii de o variabilă reală într-un anumit interval, funcţie hiperbolică de două variabile reale. Cu privire la analiticitatea eliptică a unei funcţii de două variabile reale, arată că aceasta a fost introdusă de Nicolae Ciorănescu în 1937 ([1]).

Cu privire la funcţiile policalorice mai amintim rezultatul elegant şi profund obţinut de Miron Nicolescu în 1963 ("*Sur un théorème de moyene de M. Mauro Picone*", Rendiconti della Classe di Sc. Fiz., mat. e mat., Accad. nazionale de Lincei, Roma, serie VIII, vol. XXXIV, fasc. 1, 1963, 40 - 44), relativ la proprietăţile de medie.

Fie $u(x,t)$ definită de $\mathbb{R} \times [0,\delta]$, astfel ca

$$|u(x,t)| < Me^{kx^2} \text{ cu } k < \frac{1}{4\delta}. \tag{1}$$

Fie

$$\nu_0(u;x,t;h) = \frac{1}{2\sqrt{\pi h}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\dfrac{(x-\xi)^2}{4h}} u(\xi, t-h; d\xi),$$

şi fie

$$\nu_s(u;x,t;h) = \frac{2}{h^2} \int\limits_0^h h'\nu_{s-1}(u;x,t';h')dh', s = 1,2,...$$

Atunci au loc proprietăţile:

(1) dacă u verifică (2), atunci u este policalorică de ordin p şi $|\square^m\ u(x,t)| \leq M_m e^{kx^2}, m = 1,2,...,p-1$, *dacă şi numai dacă*

$$V\left(1, \frac{2}{3}, ..., \frac{2}{p+1}\right) u(x,t) = V\left(\nu_k(u;x,t;h)_{\overline{0,p-1}}, \frac{2}{3}, ..., \frac{2}{p+1}\right)$$

(2) dacă u verifică (2), atunci u este policalorică de ordin p, dacă şi numai dacă pentru orice şir $0 < h_1 < ... < h_p < t$, *avem*

$$V(1,h_1,...,h_p)u(x,t) = V\left(\nu_k(u_k;x,t;h_k)_{k=\overline{1,p}}, h_1,...,h_p\right) \cdot$$

$$\cdot \begin{vmatrix} \nu_0 & h_1 & \dots & h_1^{p-1} \\ \nu_1 & h_2 & \dots & h_2^{p-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \nu_p & h_p & \dots & h_p^{p-1} \end{vmatrix}.$$

2.1.4 Analiticitatea faţă de un operator liniar într-o algebră normată

Studiile cu privire la operatorul Laplace, ecuaţia căldurii şi operatorul hiperbolic direct l-au condus pe Miron Nicolescu la noţiunea generală de analiticitate a unui element u dintr-o algebră normată A faţă de un operator liniar D din această algebră. Elementul u este analitic în sensul academicianului Miron Nicolescu dacă

$$u = u_0 + tu_1 + t^2u_2 + ...$$

unde $Dt = e$ (elementul unitate din A), iar $D_{u_i} = 0$, $i = 0, 1, 2, ...$ Ca operator D poate fi considerat oricare din operatorii

$$\frac{d}{dx},\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x},$$

iar pentru t, respectiv

$$x,\ \frac{1}{4}(x^2 + y^2),\ xy,\ -y\ ([4]).$$

Se cunoaşte că pentru $D = \frac{d}{dx}$ teorema lui S. Bernstein afirmă că dacă $|D^i u| \leq M$, $i = 0, 1, 2, ...$, atunci u este analitică. Miron Nicolescu demonstrează această teoremă pentru ceilalţi trei operatori în 1952, 1954 şi 1957.

Propunându-şi să obţină această teoremă în cazul abstract considerat, Miron Nicolescu construieşte, pe baze axiomatice naturale, o analiză în care operatorul calsic de derivare este înlocuit cu operatorul abstract D, supus unor anumite axiome. Această construcţie pune în evidenţă un fapt cu totul surprinzător: anume că multe fapte din analiza clasică (ca analiticiatatea reală, teoria distribuţiilor, singularitatea operatorului fundamental D, etc.) sunt consecinţe cu caracter algebric al unui număr mic de proprietăţi al operatorului D. Interesant este faptul că operatorul D este parabolic dacă $D(tx) = tDx + xDt$.

2.2 Funcţii reale

Relativ la această temă grupăm lucrurile privind: extinderi ale unei probleme a lui Pompeiu, măsura Jordan, funcţiile convexe, analiza hiperbolică globală şi formula a doua integrală de medie.

2.2.1 Extinderi ale unei probleme a lui Pompeiu

În 1929, într-o primă lucrare ("*Sur une Théorème de M. Pompeiu*", C.R. Acad. Sci. Paris, t 1888, mai 1929, p 1370), Miron Nicolescu cercetează următoarea ipoteză emisă de Pompeiu: *fie f o funcţie continuă în plan; dacă integrala $I = \int\int_C f(x,y)dxdy$, considerată într-un cerc C de rază g constantă şi de centru (x,y), rămâne constantă, atunci f se reduce la o constantă.*

El demonstrează această ipoteză în cazul în care f este analitică, ulterior constatându-se ca ipoteza lui Pompeiu este falsă dacă f este doar continuă. În aceeaşi lucrare arată că dacă I este poliarmonică de ordin p. În 1930 ("*Sur une Théorème de M. Pompeiu*", Acad. Royale de Belgique, Bull. de classe des sci., 5-e serie, t XVI, 1930, 817 -822) extinde ipoteza lui Pompeiu astfel: *dacă media valorilor lui $u(x,y)$ într-un cerc de rază fixă e constantă, atunci când cercul se mişcă în plan, atunci $u(x,y)$ este de asemenea constantă.* Utilizând acest nou enunţ şi o medie de tip Picone, Miron Nicolescu obţine câteva rezultate interesante relative la intergralele ecuaţiilor liniare cu derivate parţiale, cu coeficienţi constanţi.

2.2.2 Măsura Jordan

În două lucrări, publicate în 1932 şi 1933, Miron Nicolescu a studiat măsura Jordan a mulţimilor de puncte şi a funcţiilor, stabilind noi diferenţe între măsura Jordan şi cea Lebesgue.

2.2.3 Funcţii convexe

În memoriul "*Familles de fonctions convexes et de fonctions doublement convexes*" (Bull. math. de la Soc. Roum. Sci, t 41 (1), Bucureşti, 1939, 91 - 98). Miron Nicolescu stabileşte următorul rezultat elegant şi util: *orice familie de funcţii convexe pe intervalul compact I, egal mărginite superior pe acest interval, este normală pe orice interval compact* $[\alpha, \beta] \subset Int.I$. Ca un corolar al acestui rezultat obţine rezultatul important:

dacă o scrie de funcţii convexe, nepozitive pe un segment I, converge într-un punct al acestui interval, atunci seria converge uniform pe orice interval $[\alpha, \beta] \subset Int.I$. Arată că rezultatele se menţin şi la funcţiile dublu-convexe în sensul lui Montel. Amintim că o funcţie $f(x, y)$ este dublu-convexă dacă ea este convexă în raport cu x pentru orice valoare a lui y şi dacă ea este convexă în raport cu y pentru orice valoare a lui x.

2.2.4 Analiză hiperbolică globală

Plecând de la bazele analizei hiperbolice puse în 1932 - 1933 de Karl Bögel, Miron Nicolescu, într-o serie de 9 lucrări, obţine mai multe rezultate importante în acest nou domeniu matematic. Pornind de la observaţia că în numeroase probleme relative la funcţiile de două variabile (lucrurile se extind imediat şi la funcţii de n variabile) se utilizează aşa numita diferenţă bidimensională (hiperbolică):

$$\Delta_2 f(x, y) = f(x + h, y + k) - f(x, y + k) - f(x + h, y) + f(x, y)$$

el introduce derivata hiperbolică

$$Df(x, y) = \lim_{\substack{h \to 0 \\ k \to 0}} \frac{\Delta_2 f(x, y)}{hk},$$

când există şi este finită. Cu această derivată a obţinut o formulă de tip Taylor cu rest (1952) şi a definit funcţiile analitice.

2.2.5 Formula a doua integrală de medie

Se ştie că pentru formula a doua integrală de medie există două variante, una datorită lui Weierstrass, iar cealaltă datorită lui Ossian Bonnet. În timp ce prima fusese extinsă la funcţii sumabile, cea de a doua era cunsocută numai pentru integrala Riemann. În 1946 ("*Sur la seconde formule de la* *moyenne*", Mathematica, vol. XXII, Timisoara, 1946, 182 - 203), Miron Nicolescu extinde varianta Bonnet la funcţii remarcabile, demonstrând că: *dacă f este crescătoare (respectiv, descrescătoare) şi pozitivă, iar g este sumabilă pe $[a, b]$, atunci există un $\xi \in [a, b]$ astfel încât*

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(b)\int_\xi^b g(x)dx, \text{ respectiv}$$

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(a)\int_a^\xi g(x)dx,$$

unde integralele sunt luate în sensul lui Lebesgue (evident că ξ depinde de intervalul $[a, b]$ şi de funcţiile f şi g).

În lucrare se mai dă şi o extensie a variantei Weierstrass la integrala dublă.

2.3 Diverse

Dintre rezultatele cu caracter divers pot fi amintite cele care privesc: teoria mulţimilor, teoria potenţialului, ecuaţiile funcţionale, şirurile duble etc ([1], [4]).

De exemplu, în 1933, într-o lucrare publicată în C.R. Acad. Sc. Paris ("*Sur quelques points de géometrie finit directe*", t 196, 1933, 1861 - 1862) el studiază o problemă interesantă de geometrie a mulţimilor. Fie F o mulţime frontieră situată în plan. Mulţimea F^* a punctelor pentru care distanţa la F este constantă se consideră prin definiţie o **paralelă** la F. Din faptul că F^* e o paralelă la F nu rezultă ca F este o paralelă la F^*. Două mulţimi frontieră, fiecare paralelă cu cealaltă se numesc **biparalele**.

Dacă D este un domeniu mărginit, atunci se numeşte axă mare a lui D diametrul celui mai mic cerc care-l conţine şi se numeşte axă mică a lui D

diametrul cel mai mare cerc conţinut în D. Prin definiţie, domeniul D se numeşte un $\sum(C_r)$ dacă D este reuniunea unor cercuri de rază r (este ceea ce Buligand numeşte domeniul Cantor - Minkowski). Marginea superioară a numerelor r pentru care D e un $\sum(C_r)$ se numeşte indice circular al lui D. Se zice că domeniul D este un $\sum(\Gamma_r)$ dacă D este reuniunea unor circumferinţe de rază r. Notăm cu $D - r$ mulţimea centrelor cercurilor de rază r, conţinute în D. Miron Nicolescu arată că frontierele lui D şi $D - r$ sunt biparalele dacă şi numai dacă domeniul D este de indice circular egal cu r. El mai stabileşte teorema: *orice domeniu* $\sum(\Gamma_r)$ *este un* $\sum(C_r)$. Reciproca are loc numai dacă D are axa mare superioară lui $4r$ sau D se reduce la un cerc de rază r.

Pompeiu a dat următorul rezultat:*dacă* z_1, z_2, z_3, *şi* z_4 *sunt patru numere complexe oarecare*, atunci există printre ele cel puţin două, fie acestea z_1 şi z_2, cu proprietatea:

$$|z_1 + z_2| > z_1, \quad |z_1 + z_2| > |z_2|$$

În 1939 ("*Sur une lemme de D. Pompeiu*", Bull. de math. et de phys. pure et appl. de l'Éc. Polyt. de Bucarest X-éme année (1938-1939), nr. 1,2,3, fasc. 28, 29, 30, Bucureşti, 1-6) el extinde acest rezultat la spaţiul euclidian cu n dimensiuni, enunţând teorema: *fie daţi în* $\mathbb{R}^n$, $n + 2$ *vectori liberi* $a_1, a_2, ..., a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$, *există cel puţin doi dintre ei, fie aceştia* a_1 *şi* a_2, *astfel încât*

$$|a_1 + a_2| > |a_1|, \quad |a_1 + a_2| > |a_2|.$$

Geometric rezultatul se interpretează astfel: fiind date în $\mathbb{R}^n$ $n+2$ *semidrepte oarecare, două cel puţin dintre ele fac un unghi obtuz.*

Pentru alte rezultate se pot consulta lucrările [1] şi [4].

2.4 Lucrări didactice

Prima lucrare a scris-o în colaborare cu AL. Nicolescu: *Curs elementar de geometrie analitică*, manual pentru clasa a VIII-a ştiinţifică, ediţia I, Editura "Cultura Românească", Bucureşti, 1935, iar ediţia a II-a la Editura "Socec", 1946.

Dorind să pună la dispoziţia studenţilor un curs propriu de Analiză Matematică a publicat în 1947 *Calcul diferenţial şi integral*, vol.I, 412 pag., iar în 1953, *Analiza Matematică*, vol.II, 420 pag., în Editura Academiei R.P.R. Din dorinţa de a prezenta analiza matematică într-o formă modernă, în lumina cuceririlor din domeniul topologiei, algebrei abstracte şi analizei funcţionale, între anii 1957 şi 1960, Miron Nicolescu a tipărit în trei volume tratatul de Analiză Matematică (vol.I, 400 p., 1957, vol.II, 535 p., 1958, vol.III, 300 p., 1960 toate la Editura Tehnică). Acest tratat are o ţinută ştiinţifică modernă, cu expunere riguroasă şi clară, cu multe contribuţii originale în tratarea diferitelor teme de analiză matematică. Expunerea depăşeşte cu mult cadrul programei analitice universitare, fiind foarte utilă viitorilor cercetători în matematică.

În sprijinul studenţilor, în colaborare cu N. Dinculeanu şi Solomon Marcus a scris *Manualul de analiză matematică* (vol.I, 1962; vol.II, 1971, Editura Didactică şi Pedagogică)

2.5 Omul

Miron Nicolescu nu se încadra în tipul legendar pe care îl descria în 1933, astfel: "*Matematicianul tip se cunoaşte mai întâi, dacă ar fi să credem acestă legendă, după aspectul exterior, care este complet neglijat. De altfel, matematicianul tip este prin excelenţă un om distrat. Pentru marele public, distracţia matematicianului a devenit un fel de măsurătoare a ştiinţei* *lui. Cu cât un matematician este mai distrat, cu atât acest matematician trebuie să fie mai mare. Legea aceasta este atât de puternică, încât mulţi matematiciani se pleacă ei, căutând să fie cât mai distraţi!*" ([1], p. 159)

El era prin execelenţă antipodul matematicianului legendar. El era întotdeauna îmbrăcat elegant, având o fire blajină şi cumpătată. Avea un echilibru interior deosebit, radiind bunătate, căldură, generozitate şi multă stăpânire de sine. Era atent cu colaboratorii, fiind fericit când putea ajuta pe cineva. "*Până la proba contrarie, pentru mine orice om este bun şi îi acord încredere*" afirma el. Avea o cultură umanistă vastă, fiind un mare iubitor de literartură, mai ales de poezie. La liceu a stat mult în cumpănă dacă să urmeze secţia reală sau cea modernă, alegând-o pe prima, dar după cum singur a mărturisit mai târziu, a păstrat întotdeauna regretul de a nu fi putut aprofunda fenomenul lingvistic ([5]).

Vom încheia acest material cu două aprecieri despre Miron Nicolescu:

"*Miron Nicolescu poate fi mândru de opera sa*", aprecia Henri Cartan la 3 iulie 1978.

"*Viaţa sa a fost un exemplu de devotament pentru familie, pentru ţara sa, pentru ştiinţă*" conchide A. Hocquenghem în 3 iulie 1976.

Bibliografie

[1] G. Şt. Andonie, *Istoria matematicii în România*, Vol. **2**, Ed. Ştiinţifică, Bucureşti, 1966;

[2] G. Şt. Andonie, *Istoria Ştiinţelor în România. Matematică. Mecanică. Astronomie*, Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1981;

[3] V. Bobeanu, *Caleidoscop Matematic*, Editura Albatros, Bucreşti, 1979;

[4] N. Dinculeanu, C. Foiaş, S. Marcus, *Academicianul Miron Nicolescu la 60 de ani*, Gazeta Matematică şi Fizică, seria A, Vol. **XV** (LXVIII), nr. 10, 1963, pag. 538 - 555;

[5] S. Marcus, *Academician profesor Miron Nicolescu 1903 - 1975*, Gazeta Matematică, **LXXX**, nr. 11, 1975, 401 - 403;

[6] S. Marcus, *Din gândirea matematică românească* , Ed. Ştinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976;

[7] T. Popescu, *Retrospectiva matematică. Repere evolutive*, Ed. Litera, Bucureşti, 1980;

[8] N. Teodorescu, ş.a., *Probleme din Gazeta Matematică* (ediţie selectivă şi metodologică), Ed. Tehnică, Bucureşti, 1982;

[9] ⋆ ⋆ ⋆ M. Nicolescu, *Opera matematică. Funcţii poliarmonice (sub îngrijirea prof. S. Marcu)*, Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1980;

[10] ⋆ ⋆ ⋆ M. Nicolescu, *Academica*, anul **VI**, nr. 68-67-68, apilie - mai - iunie, 1996, nr. 17;

[11] ⋆ ⋆ ⋆ M. Nicolescu, *Bibliografia matematică în România* (întocmită de Eliza Roman), Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucureşti, 1972.

Department of Mathematics
University "Lucian Blaga" of Sibiu,
Str. Dr. I. Ratiu, Nr. 5–7,
550012 Sibiu, Romania
E-mail address: *depmath@ulbsibiu.ro*