

O scurtă istorie a simbolisticii matematice - operații și cifre -

Rodica Cerel

Abstract

The aim of this paper is to present the history of some mathematical symbols concerning arithmetic operations and digits.

2000 Mathematical Subject Classification: 97D50

Pentru a-și simplifica scrierea și redactarea anumitor raționamente, matematicienii utilizează diverse notații, simboluri. Unele dintre ele sunt folosite de către toți matematicienii devenind universale, altele însă, sunt utilizate numai de unii, fiind create de aceștia pentru a exprima mai bine anumite rezultate stabilite de ei.

În general, datarea utilizării unui simbol sau a unei denumiri este nesigură, deoarece ele nu s-au fixat în matematici prin faptul că au apărut prima oară într-o anumită carte, ci atunci când marii matematicieni precum Viète, Descartes, Wallis, Newton, Leibniz sau Euler le-au însușit.

În această lucrare vom prezenta o sinteză istorică a simbolisticii matematice relativă la operațiile aritmetice fundamentale și la cifre.

1 Operații

Simbolistica folosită pentru redarea operațiilor aritmetice are o istorie interesantă, strâns legată de dezvoltarea societății omenesti.

1.1 Simbolurile pentru operațiile de adunare și scădere

Simbolurile “+” și “-” au apărut pentru prima oară tipărite în “*Mercantile Arithmetic*” (Aritmetica comercială) a lui Johann Widmann, publicată în Leipzig în 1489. Acestea nu se refereau însă la adunare și scădere sau la pozitivitatea și negativitatea numerelor, ci exprimau surplusul și deficitul în problemele economice.

Aceste simboluri de asemenea se întâlnesc și în manuscrisele lui Leonardo da Vinci.

Originea semnului + se explică prin conexiunea lui cu latinescu “et”, adică “și” fiind o abreviere a acestuia. Într-un manuscris datând din 1456 din Germania, cuvântul latinesc “et” este utilizat pentru adunare și este în general scris astfel încât seamănă îndeaproape cu simbolul +. Acest cuvânt se găsește în multe manuscrise însemnat în aceeași formă contractată precum scriem noi astăzi legătura & rapid: astfel apare “5 et 8” pentru “5+8”.

Simbolurile + și - au devenit general folosite în Anglia numai după ce acestea au fost utilizate de Robert Recorde în 1557 în “*The Whetstone of Witte*”. Recorde scria: “*Există alte două semne în folosință dintre care*

primul este însemnat prin $+$ și înseamnă “mai mult”, iar celălalt este însemnat prin $-$ și semnifică “mai puțin”.

Francois Viète (1540 - 1603) a impus definitiv utilizarea simbolurilor “ $+$ ” și “ $-$ ”.

În matematica românească acestea au fost introduse de T. Iancovici (1777), fiind frecvent folosite de G. Obradovici (1805), Gh. Șincai (1906), Gh. Lazăr (1821), etc., datorită cărora s-au impus sub această formă.

Semnele de $+$ și $-$ erau folosite de dinainte de a apărea tipărite. Spre exemplu, ele erau însemnate pe butoaie pentru a indica dacă acestea erau sau nu pline. Unii au încercat să aducă originea semnului minus până la Heron și Diophantus.

De asemenea se poate remarca faptul că egiptenii foloseau ca simboluri: \blacktriangle pentru adunare și \blacktriangleleft pentru scădere, reprezentând o persoană care vine respectiv care pleacă; iar matematicianul francez Nicholas Chuquet nota în 1484 adunarea prin \tilde{p} de la plus și scăderea cu \tilde{m} de la minus.

Simbolul \sum folosit pentru scrierea prescurtată a unor sume a fost propus de Leonahard Euler în “*Institutiones calculi differentialis*”, 1755.

1.2 Simbolurile pentru înmulțire

Dintre simbolurile pentru înmulțire \times a fost folosit de William Oughtred (1574 - 1660) în “*Clavis Mathematicae*” (Cheia matematicii) scrisă în 1628 și publicată la Londra în 1631. Aceasta era denumită Crucea Sfântului Andrei.

Punctul “ \cdot ” a fost propus în 1631 de Harriot Thomas (1560 - 1621) și impus ca simbol pentru înmulțire de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 -

1716). În 29 iulie 1698 el scria într-o scrisoare către John Bernoulli: “Nu îmi place semnul \times ca simbol pentru înmulțire, deoarece este foarte ușor de confundat cu litera x ; ... de multe ori eu pur și simplu unesc cele două cantități printr-un punct interpus între ele și indic înmulțirea prin $ZC \cdot LM$. Pentru fracții folosesc nu unul ci două puncte pe care le utilizez de asemenea și pentru împărțire”.

Asteriscul “*” simbolul pentru înmulțire ce îl utilizăm în informatică a fost folosit de Johann Rahn (1622 - 1676) în 1659 în “*Tetsche Algebra*”.

Înmulțirea simbolizată prin **juxtapunere** apare într-un manuscris ce a fost găsit îngropat lângă satul indian Bakshali și datând din secolul al XII-lea, înmulțirea fiind indicată prin plasarea numerelor unul lângă altul. Înmulțirea prin juxtapunere mai apare de asemenea în manuscrisele secolului al XV-lea.

Simbolul \prod folosit pentru scrierea prescurtată a unor produse a fost introdus cu aceasta semnificație de K. Gauss în 1812.

1.3 Simbolurile pentru împărțire

În ceea ce privește simbolul pentru împărțire, în sec. XII în manuscrisul indian Bakshali el se nota astfel: “ $\leftarrow \rightarrow$ ”.

Simbolul actual pentru împărțire : a fost propus de Leibniz în “*Acta Eruditorum*” (Jurnalul savanților) 1684, cartea în care pune bazele logisticii matematice, fiind anterior folosit de William Oughtred în 1657.

1.4 Exponenții

Scrierea cu exponenți a jucat un rol important în dezvoltarea matematicii.

1.4.1 Exponenții întregi pozitivi

Exponenții întregi pozitivi au fost utilizați în notația modernă de René Descartes în 1637 în “*La Geometrie*”. Pe parcursul evoluției sale, notația pentru exponent a luat diverse forme. Astfel, Nicolas Chuquet nota 12^3 pentru $12x^3$, Pierre Hèrigone pentru a indica puterile lui a scria baza urmată de exponent: a, a2, a3, etc; iar James Hume utiliza exponentul exprimat în numerale romane.

În notarea puterilor de semenea se folosea $\frac{3}{1}$ pentru x^3 , astfel $x^3 + 4x^2 - 3$ se scria: $\frac{3}{1} \cdot p. \frac{2}{4} \cdot m.3$

1.4.2 Exponenții întregi negativi și cei fracționari

Exponenții întregi negativi precum și cei fracționari au fost pentru prima oară utilizați în notația modernă de Isaac Newton (1643-1707) în iunie 1676, într-o scrisoare către Henry Oldenburg - secretar al Societății Regale - în care își descria descoperirea făcută cu 12 ani mai devreme. El a extins formula binomului numită azi “*binomul lui Newton*”, la exponenți reali.

1.5 Radicalul

Extragerea rădăcinii pătratice și cubice o găsim descrisă în “*Matematica în nouă cărți*” (283 î.e.n.); apoi la Leonardo din Pisa (Fibonacci) în 1220 în “*Practica geometricae*”.

Primul care a utilizat un simbol pentru radical a fost matematicianul Luca Paccioli (1487). El reda radicalul prin R (radix - radice) și scria R2, R3, R4 sau RR.

Simbolul actual pentru radical a apărut în 1525 în lucrile lui Christoff Rudolff (1499 - 1545) unde era notat asemănător lui $\sqrt{\quad}$; înfățișarea simbolurilor fiind modificată pentru fiecare dintre rădăcini. De exemplu, rădăcina cubică se nota astfel: $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\quad}}}$.

René Descartes a folosit acest simbol (*“La Géométrie”*, 1637) adăugând însă linia de deasupra, iar indicele a fost plasat la începutul semnului radical de Michel Rolle (*“Traite d’Algèbre”*, 1690).

În 1572 se întâlnesc notațiile: $R.q$ pentru rădăcină pătrată și $R.c$ pentru rădăcină cubică; astfel $\sqrt[3]{71\sqrt{1088}}$ se scria: $R.c L71.p.R.q 1088$ ┘

Notația $\sqrt{\quad}$, asemănătoare cu cea actuală, a fost introdusă în 1525 de un profesor german de matematică. Decartes a completat semnul cu bara orizontală. Notațiile $\sqrt[3]{\quad}$, $\sqrt[4]{\quad}$ au fost introduse de Newton.

De multe ori se sugerează faptul că simbolul actual pentru radical ar fi o literă r modificată, prima literă a cuvântului latin *radix*. Aceasta este și opinia lui Leonhard Euler în *“Institutiones calculi differentialis”* (1755).

2 Cifre

Evoluția simbolisticii utilizate pentru redarea cifrelor zecimale este strâns legată de dezvoltarea societății umane.

Cifrele au ajuns la forma actuală în sec. XV - XVI, odată cu primele cărți tipărite.

Cifra zero. În evoluția cifrei zero se întâlnesc următoarele notații: în 725 în China și India se nota prin \circ ; 0 la arabi; \bullet la greci și \odot la chinezi.

Până în secolul *XVII* cifra zero marca doar un loc gol. Chiar cuvântul

cifra vine din arabul Sifl care înseamnă gol (zero).

În secolul al XVII-lea a fost întrebuințată ca cifră și pentru a marca diferența între două numere egale. Introducerea atât de târzie a acestei cifre este justificată prin faptul că, în calculele pe abac, ea nu era utilizată.

Cifra unu. În unul din dialectele vorbite în Java, numărul unu este omonim cu Luna. Fiind singură pe cer, numele ei a sugerat noțiunea de unitate. În alte limbi, Pământul a fost numele omonim cu unu. Înțelesul original al cuvântului unu nu se mai cunoaște, dar, judecând prin analogie, trebuie să fi fost numele dat vreuneia dintre lucrurile care se arătau mereu singure. Numărul unu este notat prin diferite semne: ca o linie verticală (I) - imaginea simplificată a unui deget - de către sumerieni, babilonieni, egipteni, hinduși, romani, arabi, chinezi (aceștia din urmă numai în scrierea științifică sau comercială); cu o linie orizontală (-) - imaginea unui bețisor așezat pe pământ - de către japonezi și chinezi în scrierea obișnuită; cu un punct (·) - imaginea pietricelei de către mayași.

În notația numerelor prin litere, unu corespundea primei litere.

Este interesant de amintit că matematicienii greci făceau deosebire netă între unitate și număr. Pentru ei unu nu era număr ci unitate. În vestita lucrare a lui Euclid "*Elementele*", la începutul cărții a VIII-a se află următoarea definiție: "*Unitatea este aceea potrivit căreia fiecare lucru se numește unu. Iar număr este o mulțime compusă din unități*". De asemenea multe cărți afirmă că "*unu nu-i număr, ci originea și baza tuturor numerelor*".

Eroarea a fost corectată în secolul al XIX-lea.

Cifra doi. Cuvântul doi, ca și unu, este de origine sanscrită: dva în latină a trecut în duo. La început, doi a fost notat prin repetarea unui din semnele lui unu, adică prin (II) sau (=) sau (··). Babilonienii și egiptenii au folosit

prima dintre formele de mai sus. Cu timpul, în scrierea egipteană cele două bare verticale au fost legate, transformându-se în semnul **H**. De la egipteni, această, această notație a trecut la perși, care folosesc și azi această cifră pentru doi. Mai târziu și celelate două bare au fost legate printr-o bară oblică, Z, dând naștere actualei forme a cifrei 2. În Europa, până la inventarea tiparului, existau o mulțime de forme în care se scria numărul 2. În manuscrisele rămase din Evul mediu sunt frecvente următoarele notații:

μ , **2**; **J**; **7**; **z**; **1**

Cifra trei. Numărul trei s-a bucurat de multă atenție din partea oamenilor dintotdeauna și de pretutindeni. În mitologia greacă zeul Poseidon ridica apele mărilor sau făcea să se cutremure pământul cu ajutorul unei furci cu trei dinți, numită trident.

Toate templele din antichitate cuprind grupuri de trei motive decorative: trei lei, trei șerpi, trei coloane,... Piramidele au fețe triunghiulare, iar ca să se exprime o mulțime nedefinită de lucruri, egiptenii repetau de trei ori hieroglifa prin care notau acea mulțime. Și în povești apare frecvent numărul trei: trei zâne, împărați care aveau trei feciori, soacre cu trei nurori.

O explicație a atenției față de acest număr se poate găsi în faptul că omului i-a venit destul de greu să-și imagineze numărul trei, adică să treacă dincolo de 2. Chiar și cuvântul latinesc “*trans*” înrudit cu trei are acest înțeles de a trece dincolo.

Trei a fost reprezentat prin adăugarea unei unități lui doi, adică prin: (III) sau (\equiv) sau ($\cdot\cdot\cdot$). Prin legarea celor trei bare orizontale s-a ajuns la actuala cifră 3. În cifrele romane, trei provine din legarea barelor verticale III.

Cifra patru. Uitându-se împrejurul său omul din antichitate a intuit

numărul patru și l-a fixat prin multe din monumentele de atunci: turnul Babel sau piramidele din Egipt aveau baza pătrată. Grecii considerau că lumea este formată numai din patru elemente - apă, pământ, aer și foc. Chiar și azi ne lovim la tot pasul de numărul patru: camera are patru pereți, pereții au câte patru laturi, ferestrele, cărțile, tablourile, ora e împărțită în patru sferturi, luna are patru faze, anul are patru anotimpuri.

În limba sanscrită patru se numea catur care însemna a repartiza în grupe de câte două.

Ca semne primitive, regăsim repetarea unității: (III) sau $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix}$.

Hindușii notau pe patru prin simbolul **୪**, iar arabii prin ε , Σ , ultima provenind din legarea barelor orizontale ale celui de al doilea semn primitiv. În Europa, în Evul mediu se folosesc toate aceste semne. Forma actuală a cifrei 4 corespunzătoare lui patru s-a fixat numai după apariția cărților tipărite.






Cifra cinci. Numărul cinci se încadrează în categoria acelor care nu pot fi intuite imediat prin simțuri. Cinci linii verticale sau orizontale așezate alături, sau cinci puncte puse în șir sunt greu de deosebit dintr-o privire, fără a le număra. De aceea egiptenii sau babilonienii care scriau numerele de la 1 la 9 prin repetarea unității când notau pe 5 așezau unitățile pe două rânduri: $\begin{pmatrix} | & | & | \\ | & | & | \end{pmatrix}$.

Forma actuală a cifrei 5 este de origine europeană și a apărut odată cu tipărirea aritmeticilor. Hindușii notau pe cinci prin \sqcup sau prin **𑂔**, arabii prin \circ sau β , iar în manuscrisele europene medievale apar diverse forme ale numărului cinci: 9, 4, **5**, 5.

Originea cuvântului panca, care înseamnă cinci în limba sanscrită este:





mână, mai exact, întinde mână.

Cifra șase. Semnul folosit de romani pentru a-l scrie pe șase (VI) arată clar proveniența: după ce s-au terminat degetele unei mâini (V) se adaugă un deget (I) de la cealaltă mână.

Pentru reprezentarea cifrei șase au fost folosite diverse semne: hindușii  sau , arabii  sau , iar în manuscrisele europene  sau 6. Ultimul a fost definitivat și el după inventarea tiparului.





Cifra șapte. Alături de trei oamenii au folosit din cele mai vechi timpuri și numărul șapte. Antichitatea greacă preamărea șapte înțelepți printre care era și matematicianul Thales. Eroul atenian Teseu a răpus Minotaurul închis în labirintul din Creta fiindcă devora, în fiecare an, câte șapte fete și șapte băieți din orașul său. Și minunile lumii antince nu erau mai multe decât șapte.

Numele lunii septembrie vine de la septem care în latină înseamnă șapte.

În ce fel a fost notat numărul 7? De către hinduși prin  sau 6, de către arabi prin V sau 7, iar în Europa medievală  sau . Astfel, pe un monument din Württemberg, anul 1472 era însemnat astfel: .

Cifra 8. Despre numărul 8 sunt mai puține de spus. În muzică opt sunete consecutive sunt la baza unei game formând octava.

Octo în latină înseamnă opt și are la origine tot un cuvânt sanscrit: așto, al cărui înțeles nu se mai cunoaște.

Hindușii au notat 8 prin  și , arabii prin  și , iar în Europa întâlneau următoarele semne: T, Λ, 8.

Cifra nouă. Un proverb chinez spune: “*Când ai de făcut 10 pași, al 9-lea este la jumătatea drumului*”. De ce? Pentru că ultimul pas e și cel mai greu de făcut. Antichitatea greacă pomenește de cele nouă muze, iar Dante în

“*Divina Comedia*” împarte Infernul și Paradisul în câte nouă cercuri.

Provenit din neva care înseamnă nou, termenul poate fi considerat ca atrăgând atenția asupra ultimului număr dinanitea lui 10, bariera unităților simple.

Semnele lui au fost la hinduși ३ și ५, la rabi 2 și 9, iar în Europa medievală 9 și 9.

Numărul zece. Deoarece în trecut unii matematicieni încadrau și zece în rândul cifrelor, vom spune în câteva cuvinte și istoricul acestui număr.

Cuvântul zece își are rădăcina în limba sanscrită, în care se numește *dasa*. În latină deom este înrudit cu *digiti* (degete) și arată astfel încă odată modelul după care s-a stabilit 10 ca bază a sistemului de numerație. Și în limba germană *zehn*, care înseamnă zece, provine de la *Zeha*, adică degete. În limba multor triburi primitive numărul zece are înțelesuri de 2 mâini, 20 de om întreg sau mâinile și picioarele, 40 de doi oameni, 60 de trei oameni și așa mai departe. În grecește cuvântul *deca*, corespunzător lui 10, a dat naștere la multe cuvinte dintre care unele par complet străine de această origine pur numerică. De exemplu, cuvântul *decan*.

Bibliografie

- [1] V. Bobancu, C. Iacob, *Dicționar de matematici generale*, Editura enciclopedică română, București, 1974;
- [2] A. Creangă, *Din trecutul Matematicii*, Editura Dacia Traiană, Sibiu, 1937;

- [3] N. N. Mihăileanu, *Istoria matematicii vol.I*, Editura enciclopedică română, București, 1974;
- [4] T. I. Popescu, *Retrospectivă matematică*, Editura Litera, București, 1980;
- [5] H. Wieleiter, *Istoria matematicii*, Editura Științifică, București, 1964.

Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu,
Facultatea de Științe
Str. Dr. I. Ratiu, Nr. 5-7,
550012 Sibiu, Romania
E-mail address: *RodicaCercel@yahoo.com*