

Proba scrisă la examenul pentru obținerea gradului didactic **II** în învățământ
în specialitatea **MATEMATICĂ**, profesori I
25 august 2011

1. Folosirea exemplelor și a contraexemplurilor în învățarea matematicii
2. Proiect de lecție la clasa a VI-a: *Proportionalitate directă și proportionalitate inversă*
3. Teorema lui Lagrange. Stabilirea monotoniei funcțiilor derivabile pe un interval
4. Se consideră o funcție derivabilă $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că $|f(x)| \leq x$, pentru orice $x \in [0,1]$. Să se arate că:

a) $f(0) = 0$;

b) $\left| \int_0^1 f^3(x) dx \right| \leq \frac{1}{4}$;

c) utilizând, eventual, inegalitatea $\left(\int_a^b f(x)g(x) dx \right)^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx$,

avem inegalitatea $\int_0^1 f^3(x) dx \leq \frac{1}{3} \int_0^1 f^2(x) dx$.

5. Fie (G, \cdot) un grup cu proprietățile :
 - (i) dacă $x^2 = 1$ atunci $x = 1$,
 - (ii) $(xy)^2 = (yx)^2$, oricare ar fi x și y din G .

Se cere:

- a) Să se arate că dacă $a, b \in G$ și $a^2 = b^2$ atunci $a = b$.
- b) G este grup abelian.

6. Se dă un triunghi $\triangle ABC$ și $\triangle A_1B_1C_1$ triunghiul său ortic. Considerăm triunghiul $\triangle A'B'C'$ format de paralele duse prin mijloacele D, E, F , ale laturilor B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 la BC, CA, AB .

- a) Fie G, L mijloacele lui $[BA_1], [A_1C]$ și H, M mijloacele lui $[BC_1], [CB_1]$. Să se arate că $\triangle DFB' \equiv \triangle GHB$ și $\triangle DEC' \equiv \triangle LMC$.
- b) Să se arate că triunghiul $\triangle A'B'C'$ este congruent cu triunghiul complementar triunghiului ABC (triunghiul format cu mijloacele laturilor).

Timp de lucru 3 ore